

Evidencias de comportamiento caótico del índice geomagnético Dst

Ricardo Díaz ⁽¹⁾, **Bienvenido Lazo** ⁽¹⁾, **Alexander Calzadilla** ⁽¹⁾, **Ricardo Manzilla** ⁽²⁾

⁽¹⁾ Instituto de Geofísica y Astronomía. Calle 212 No.2906, La Lisa, C. Habana, CP 11600, Cuba.

⁽²⁾ Dpto. de Ecuaciones Diferenciales. Universidad de La Habana, San Lázaro esq. 29, Plaza, Cuba

Recibido: enero-octubre, 2001	Aceptado: noviembre, 2001
-------------------------------	---------------------------

Resumen

En este trabajo se aplicaron los métodos matemáticos de la teoría de la dinámica no lineal a las series de tiempo del índice de actividad geomagnética Dst, correspondiente a los años 1978, 1979, 1980, 1986 y 1995 con el objetivo de estudiar la predictibilidad de su evolución temporal.

Se estimaron en dichas series los exponentes de Lyapunov, la dimensión de correlación y su variación con la dimensión de inmersión; también fueron objeto de cálculo, las funciones de correlación, las distribuciones de probabilidad, y se efectuaron tests de aglomeración de IFS. Estas magnitudes se correlacionaron entre sí y se interpretaron físicamente.

Los resultados obtenidos evidencian que el sistema presenta dependencia sensitiva de las condiciones iniciales, y una dinámica complicada, de alta dimensionalidad, y difícil de predecir.

Palabras clave: Geomagnetismo

Abstract

In this work, we study the predictability of the time evolution of the magnetic activity index Dst, using the methods of the theory of non-linear dynamics.

The Lyapunov exponents and the correlation dimension were estimated for different sets of Dst data corresponding to the years 1978, 1979, 1980, 1985, 1986, 1995 and 1996; as well as their variation with the embedding dimension. We also performed calculations of autocorrelation functions, probability distributions, and IFS clumpiness tests.

Evidences were found of the presence of sensitive dependence of initial conditions, as well as a complicated dynamics of high dimensionality and tough prediction.

Key words: geomagnetism

Introducción

Existe una amplia variedad de sistemas físicos en la naturaleza y en el laboratorio cuyo comportamiento dinámico es complejo. En estos, generalmente a partir de la caracterización de determinada propiedad o parámetro representativo del sistema, es posible deducir que su evolución en el tiempo es disipativa y no lineal. En general estos sistemas disipativos no lineales pueden ser descritos de manera simple con unas pocas variables. Su complejidad se debe fundamentalmente a que las soluciones que se obtienen de un sistema de ecuaciones diferenciales que caracterizan a dichos sistemas, presentan grandes diferencias en su comportamiento al introducir una variación infinitesimal en las condiciones iniciales o de frontera.

En las últimas 2 décadas se han realizado numerosos trabajos encaminados al mejoramiento de las técnicas de análisis de series de tiempo. Los avances en este campo han permitido que con las herramientas matemáticas creadas, sea posible, dados los datos generados por un sistema dinámico, que puede estar operando bajo un determinado régimen, describir y predecir su comportamiento.

En el presente trabajo se analiza el sistema dinámico viento solar-magnetosfera, mediante las técnicas de análisis de sistemas dinámicos no lineales. Debido a que la magnetosfera responde de forma impredecible frente a las variaciones en la entrega de energía del viento solar. En este último se propagan diversos tipos de perturbaciones, cuyo origen es generalmente solar, como las eyecciones de masa coronal y los destellos. Estos fenómenos de origen solar, debido a su aparición aparentemente estocástica e irregular, hacen difícil predecir la magnitud y duración de las afectaciones geomagnéticas. Las mismas, dependiendo de su intensidad, influyen de forma negativa en las comunicaciones vía ionosfera de forma global y afectan a los sistemas de generación eléctrica generalmente en las latitudes altas.

Por ejemplo los índices AE, Kp, Dst, etc., son usados para caracterizar la entrega de energía del viento solar, que está fuertemente condicionada por la componente en el eje Z del campo magnético interplanetario (Gonzalez et. al., 1989).

En nuestro caso la serie de tiempo que se analiza es la del índice geomagnético Dst. Este índice se identifica con el comportamiento de la componente H del campo magnético terrestre, fundamentalmente en las latitudes bajas y medias. Dicho anillo de corrientes está compuesto por iones de origen ionosférico e iones energéticos que penetran dentro de la magnetosfera cuyo origen es el viento solar.

Materiales y métodos

El Dst es un índice que se utiliza tradicionalmente para establecer el grado de perturbabilidad del campo geomagnético. Este conforma series de tiempo de cualquier año, desde la década del 60 con una discretización horaria. Esto nos permite utilizar este parámetro para estudiar la respuesta de la magnetosfera frente a la acción del viento solar (Lazo et.al. 1996), y su posible pronóstico.

Utilizamos los datos correspondientes a los años 1978, 1979, 1980, 1985, 1986, 1995 y 1996. Las conclusiones que se dan aquí se extrajeron fundamentalmente del análisis de la serie de tiempo de los años 1978, 1985 y 1996, pero sin grandes variaciones los mismos resultados se reproducen de forma similar para el resto de los años analizados.

Todo el trabajo de cálculo fue desarrollado con el CDA (Chaos Data Analyzer), de Sprott & Rowlands, (1995).

Desarrollo

Se conformaron conjuntos de datos, hallándose para cada uno la dimensión de correlación para dimensiones de inmersión de 2 a 10 (Tabla 1). El error que se reporta se halló tomando la mitad de la diferencia entre la pendiente máxima y la mínima de la misma región de la curva de donde se saca la dimensión de correlación.

Tabla 1.- Dimensión de correlación

D. Inmersión	Dst 1978	Dst 1979	Dst 1980	Dst 1985	Dst 1986	Dst 1995	Dst 1996
2	3,080 ± 1,365	3,110 ± 1,364	3,070 ± 1,369	3,068 ± 1,371	3,081 ± 1,377	3,072 ± 1,370	4,429 ± 4,429
3	3,325 ± 0,420	3,261 ± 0,478	3,879 ± 1,112	3,901 ± 1,101	3,908 ± 1,122	3,842 ± 1,100	3,870 ± 1,094
4	3,558 ± 0,249	3,501 ± 0,367	4,016 ± 0,885	4,036 ± 0,841	4,043 ± 0,877	3,949 ± 0,886	4,385 ± 0,601
5	3,700 ± 0,194	3,978 ± 0,141	4,402 ± 0,348	4,250 ± 0,342	4,255 ± 0,349	4,106 ± 0,352	4,223 ± 0,347
6	4,331 ± 0,249	4,140 ± 0,281	4,278 ± 0,299	4,335 ± 0,268	4,328 ± 0,302	4,150 ± 0,290	4,293 ± 0,286
7	4,293 ± 0,325	4,685 ± 0,271	4,538 ± 4,538	4,617 ± 4,617	4,564 ± 4,564	4,368 ± 4,368	4,882 ± 0,335
8	4,771 ± 0,349	4,488 ± 0,401	4,702 ± 0,351	4,779 ± 0,349	4,704 ± 0,351	4,523 ± 0,321	4,702 ± 0,341
9	4,446 ± 0,385	4,859 ± 0,355	4,788 ± 43788	4,850 ± 4,850	5,138 ± 0,365	4,938 ± 0,339	5,136 ± 0,338
10	4,851 ± 0,396	4,857 ± 4,857	4,751 ± 0,425	5,226 ± 5,226	5,168 ± 5,168	4,985 ± 4,985	5,197 ± 5,197

La data correspondiente al año 1978, fue dividida de dos maneras diferentes. La primera forma consistió en conformar varias series de tiempo que contenían de manera creciente los datos correspondientes a uno, dos, cuatro, ocho y diez meses. Con el segundo juego de datos se conformaron otras series de tiempo a los cuales se le extrajeron de la serie de tiempo, términos de la forma X_{nt} donde n es un número entero, y $t = \{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64\}$. Al primer conjunto de datos, le llamamos división del Dst78 por meses (DstM), y al segundo, por ventanas (DstV). A estos conjuntos de datos, también se les halló la dimensión de correlación:

Tabla 2.- Dimensión de correlación de Dst 1978 por meses.

D. Inmersión	1	2	4	8	10
2	3,113 ± 1,350	3,097 ± 1,361	3,070 ± 1,352	3,064 ± 1,367	3,086 ± 1,367
3	3,289 ± 0,550	3,295 ± 0,470	3,876 ± 1,067	3,879 ± 1,084	3,328 ± 0,421
4	3,343 ± 0,308	3,504 ± 0,254	3,566 ± 0,247	4,006 ± 0,826	3,562 ± 0,245
5	3,775 ± 0,584	3,713 ± 0,215	4,004 ± 0,539	4,231 ± 0,340	3,706 ± 0,188
6	4,061 ± 0,469	4,107 ± 0,652	4,359 ± 0,321	4,312 ± 0,253	4,337 ± 0,243
7	3,791 ± 0,255	4,271 ± 0,231	4,322 ± 0,321	4,621 ± 4,621	4,295 ± 0,330
8	4,299 ± 0,249	4,730 ± 0,174	4,784 ± 0,311	4,772 ± 0,363	4,774 ± 0,355
9	4,691 ± 4,691	4,543 ± 0,482	4,489 ± 4,489	5,210 ± 0,370	4,462 ± 0,379
10	4,447 ± 0,499	4,914 ± 0,429	4,898 ± 0,331	5,214 ± 5,214	4,850 ± 0,393

Y, por último, le hallamos el exponente de Lyapunov a los datos antes mencionados, pero sólo para determinadas dimensiones de inmersión. El error que se muestra, es un estimado que se halla de multiplicar por 2.5 la desviación standard de la pendiente de la trayectoria dividida por la raíz cuadrada del número de trayectorias que se siguieron para calcular el exponente.

Tabla 3.-Dimensión de correlación de Dst 1978 por ventanas

D. Inmersión	1	2	4	8	16	32	64
2	3,080 ± 1,365	2,901 ± 1,395	2,929 ± 1,402	2,895 ± 1,447	2,649 ± 1,496	2,363 ± 0,874	2,172 ± 0,613
3	3,325 ± 0,420	3,366 ± 0,367	3,170 ± 0,199	3,064 ± 0,109	3,240 ± 0,268	2,726 ± 0,450	1,852 ± 1,285
4	3,558 ± 0,249	3,653 ± 0,196	3,756 ± 0,272	3,676 ± 0,010	3,776 ± 0,169	4,054 ± 0,065	2,702 ± 0,788
5	3,700 ± 0,194	4,025 ± 0,267	4,369 ± 0,077	4,364 ± 0,169	4,407 ± 0,235	4,865 ± 0,694	3,382 ± 0,703
6	4,331 ± 0,249	4,696 ± 0,255	4,783 ± 0,239	4,872 ± 4,872	4,983 ± 4,983	5,666 ± 0,810	4,378 ± 0,335
7	4,293 ± 0,325	4,733 ± 0,330	5,141 ± 5,141	5,165 ± 0,310	5,107 ± 0,308	5,054 ± 0,133	4,890 ± 4,890
8	4,771 ± 0,349	5,248 ± 0,327	5,296 ± 0,324	5,411 ± 5,411	5,209 ± 5,209	6,055 ± 6,055	4,727 ± 0,457
9	4,446 ± 0,385	5,391 ± 5,391	5,448 ± 5,448	5,528 ± 0,377	5,310 ± 0,198	6,485 ± 6,485	5,168 ± 0,779
10	4,851 ± 0,396	5,359 ± 0,421	5,903 ± 5,903	5,692 ± 5,692	5,676 ± 5,676	5,897 ± 5,897	5,847 ± 5,847

Tabla 4.- Exponentes de Lyapunov del Dst 1978 por ventanas

D. Inmersión	1	2	4	8	16	32	64
3	0,28 ± 0,02	0,372 ± 0,026	0,468 ± 0,036	0,510 ± 0,055	0,530 ± 0,079	0,561 ± 0,122	0,576 ± 0,129
8	0,130 ± 0,009	0,128 ± 0,012	0,121 ± 0,018	0,131 ± 0,030	0,186 ± 0,041	0,220 ± 0,059	0,102 ± 0,081
10	0,107 ± 0,007	0,094 ± 0,011	0,095 ± 0,016	0,096 ± 0,024	0,156 ± 0,034	0,146 ± 0,046	0,059 ± 0,064

Tabla 5.- Exponentes de Lyapunov del Dst 1978 por meses

D. Inmersión	1	2	4	8	10
3	0,409 ± 0,065	0,424 ± 0,047	0,348 ± 0,032	0,366 ± 0,022	0,279 ± 0,019
10	0,111 ± 0,025	0,092 ± 0,017	0,113 ± 0,012	0,119 ± 0,009	0,101 ± 0,008

Resultados y discusión

El primer resultado obtenido es la existencia de exponentes de Lyapunov mayores que cero, lo que evidencia Dependencia Sensitiva de las Condiciones Iniciales en el sistema estudiado. De acuerdo con Bergé et al. (1984), si un sistema dinámico está representado por un atractor (Takens, (1984)) en el que las trayectorias cercanas divergen, entonces el régimen es caótico.

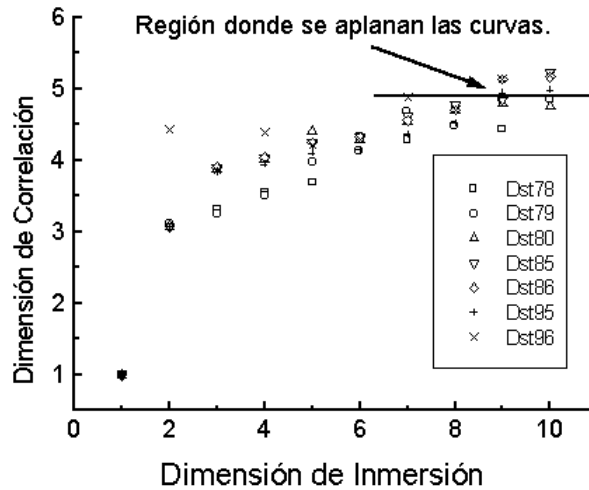


Fig. 1: Relación entre la dimensión de correlación y la dimensión de inmersión para todos los juegos de datos utilizados.

En la figura 1 se muestra la dependencia de la dimensión de correlación con respecto a la dimensión de inmersión, donde se evidencia que para aproximadamente $D > 7$ la curva se aplanan y se aproxima a una recta de pendiente cero. Esto significa que si el sistema posee un atractor, este puede encontrarse inmerso en un espacio de más de 7 dimensiones. Este resultado es muy importante, porque permite hacer simplificaciones en modelos dinámicos futuros de la magnetosfera, y permite asegurar que para tener una descripción completa de la dinámica magnetosférica, es necesario contar en nuestro modelo con al menos 7 variables trascendentes.

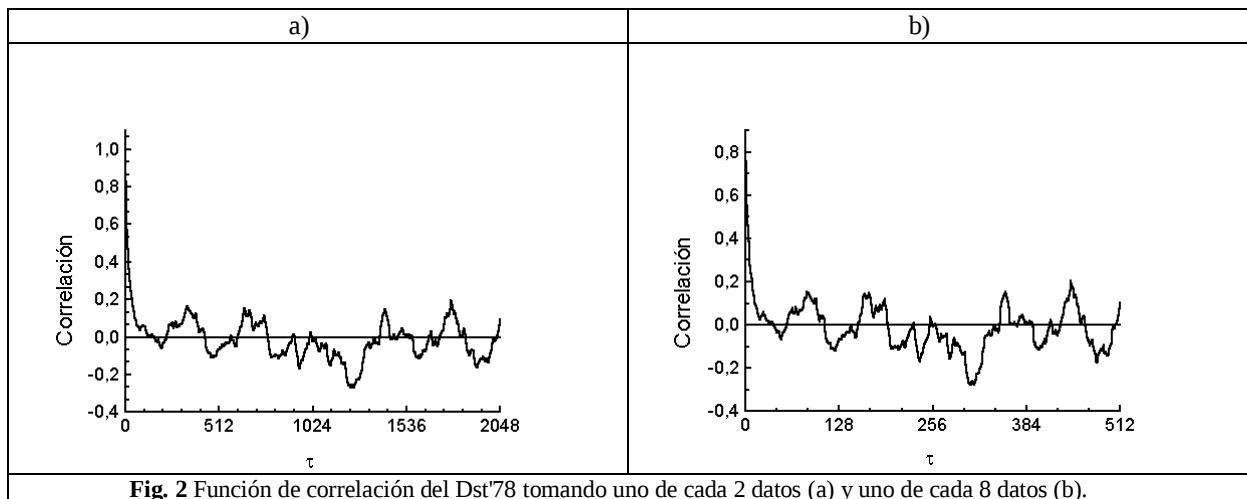
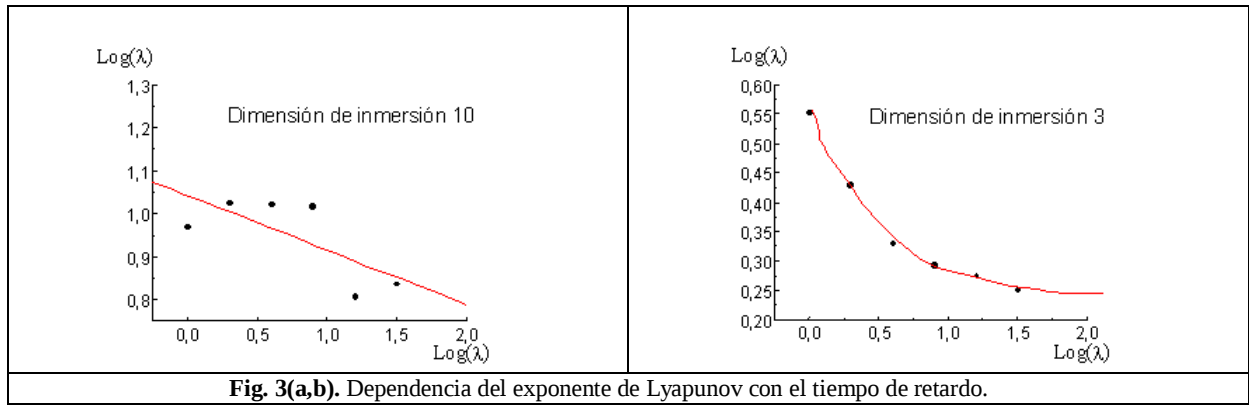
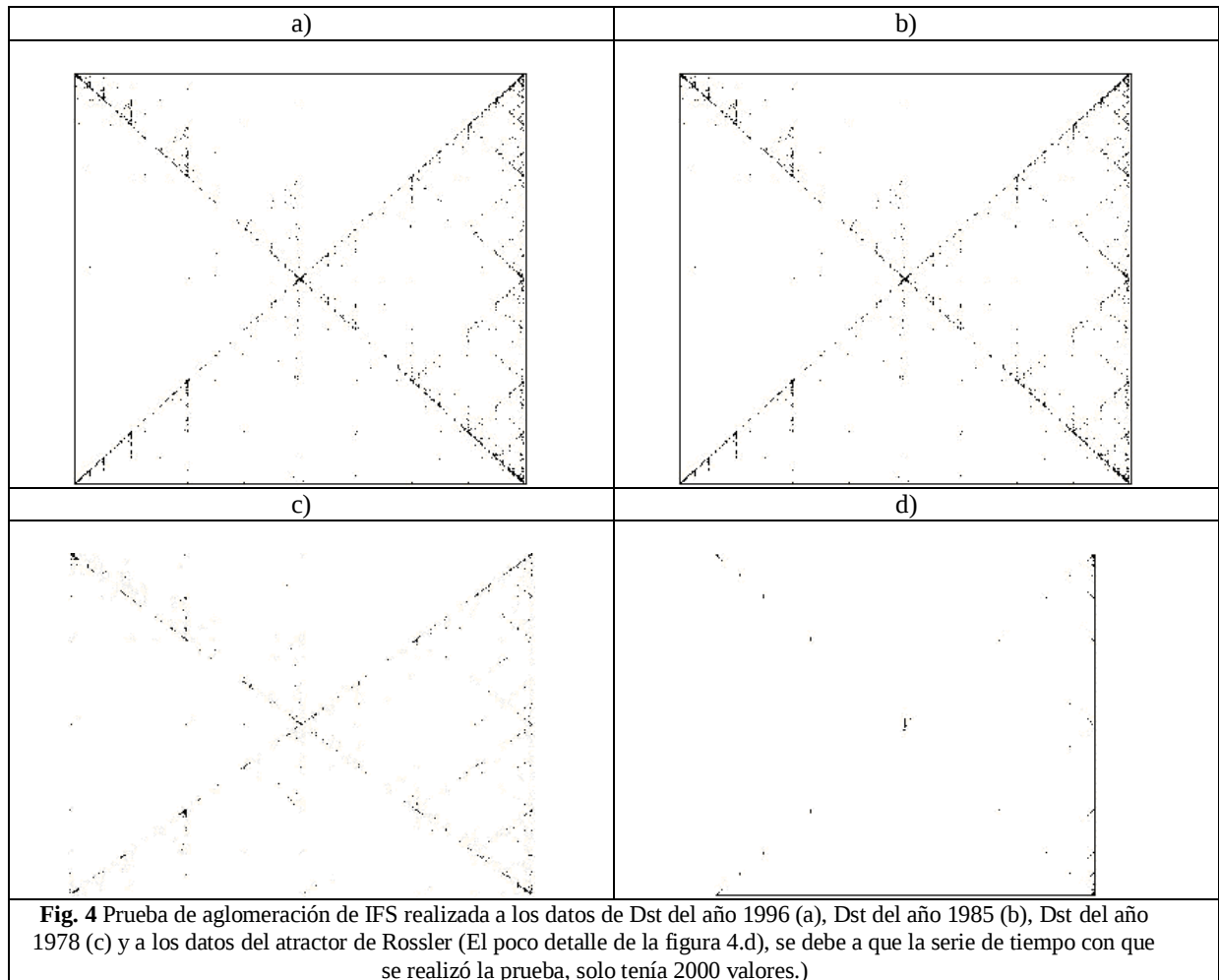


Fig. 2 Función de correlación del Dst'78 tomando uno de cada 2 datos (a) y uno de cada 8 datos (b).

Fueron encontradas evidencias de autosimilaridad en la estructura de la respuesta de la magnetosfera al viento solar. Tomamos los ficheros correspondientes a DstV, y les hallamos las respectivas funciones de correlación; estas funciones, como sugieren las figuras 2.a) y 2.b), poseen un evidente autoescalamiento, y cumplen con la ecuación funcional $F(x) = F(x/2n)$. Otro hecho notable, es la forma en que los exponentes de Lyapunov dependen de t ; ya que a medida que nos adentramos en la serie de tiempo, como se dispone de un número finito de datos, vamos perdiendo información sobre la evolución temporal del sistema; esto se refleja en la disminución del exponente de Lyapunov siguiendo una ley del tipo $l = t^{-a}$, con a del orden de 10^{-1} , como se evidencia en las figuras 3.a) y 3.b).

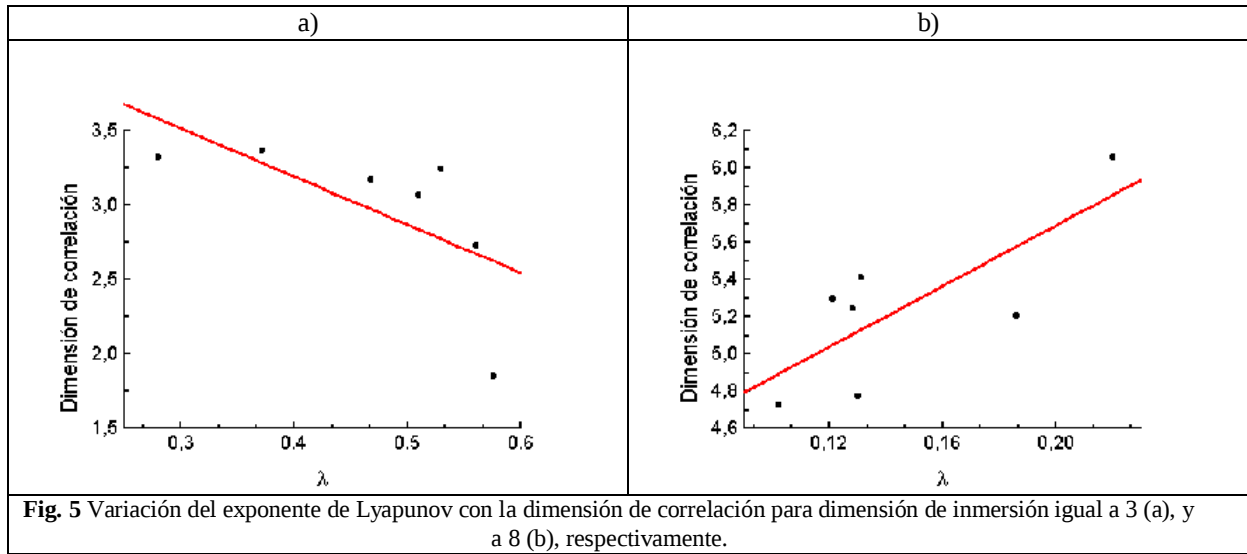


Por último, debemos mencionar la prueba de aglomeración de IFS (Iterated Function Systems) descrita por Barnsley, M. (1994) y que se muestra en las figuras 4.a), 4.b) y 4.c) como otra evidencia de autoescalamiento y geometría fractal, presente en la serie de tiempo analizada. En estas figuras, se muestran unas estructuras semejantes al conocido Gasket o Triángulo de Sierpinski. Esta prueba se realiza con el CDA, y si la señal que se analiza es aleatoria (ruido blanco), no se producen concentraciones localizadas de puntos, sino que se llena el plano uniformemente. Como referencia, incluimos en la figura 4.d) el test de IFS, realizado a datos correspondientes al atractor de Rossler (Rossler, 1976), cuya estructura ha sido estudiada por otros autores y se conoce que corresponde a un sistema caótico de baja dimensionalidad. En estas, resalta la similitud con los resultados aquí obtenidos.



En las figuras 5.a) y 5.b), se muestran los gráficos del exponente de Lyapunov contra dimensión de correlación, para DstV, para distintas dimensiones de inmersión. En ellos se muestra que el atractor de nuestro sistema puede encontrarse inmerso en un espacio de fase de más de 6 dimensiones. Esto se puede afirmar porque el exponente de Lyapunov con respecto a la dimensión de correlación sigue una ley creciente, y en el gráfico correspondiente a

$D=3$, la pendiente de la regresión lineal que se hizo es evidentemente menor que cero, lo que nos permite descartar las dimensiones de inmersión pequeñas para nuestro sistema.



Conclusiones

Los resultados obtenidos, permiten afirmar que la capacidad predictiva de las series de tiempo del índice Dst, se ve limitada por la existencia de un exponente de Lyapunov mayor que cero. Por otra parte, hay evidencias de autoescalamiento y geometría fractal en la estructura de los datos. Todo lo anterior, conduce a la conclusión de que la serie de tiempo del Dst debe poseer un atractor caótico. Al comparar las pruebas de IFS del sistema dinámico que genera el atractor de Rossler y de la serie de tiempo del índice Dst, puede inferirse que este último, puede ser un sistema caótico de baja dimensionalidad. Esta conclusión contradice el resultado obtenido mediante el gráfico de la dependencia de la dimensión de correlación con respecto a la dimensión de inmersión, donde se obtiene una dimensión para el espacio de fase $D > 7$, es decir, lo calificaría como de alta dimensionalidad. Esta aparente contradicción esperamos dilucidarla en futuros trabajos mediante la aplicación de otros métodos que permitan una estimación más precisa de la dimensión del espacio de fase. De gran importancia en la determinación del número de variables independientes que describen la dinámica del sistema.

Referencias

- Akasofu, S. I., (1996): New scheme provides a first step toward geomagnetic storm prediction. EOS vol. 77, No. 37.
- Bergé, P., Y Pomeau, C. Vidal., (1984) "Order Within Chaos", Jhon Wiley & Sons, 324 pp.
- Barnsley, M., (1994): "Fractals Everywhere". Academic Press, 395 pp.
- Carpenter, D. L., (1995): Earth's plasmaphere awaits rediscovery. EOS vol.76 No. 9
- Chapman Conference, (1996): Magnetic storm investigated as chain of processes from sun to earth. EOS vol.77 No.42.
- Lazo, B., J. Perez, A. Falcón, R. Caballero, (1996): Análisis morfológico de las tormentas magnéticas y su vinculación con las fuentes solares. Inf. Cientf. Tec.
- Onsager, T. G. and R. C. Elphic, (1996): Is magnetic reconnection intrinsically transient or steady-state? The Earth's magnetopause as a laboratory. EOS vol. 77 No. 26.
- Parker, E., (1958), Astrophys. J.,128 ,3.
- Rossler, O. E.,(1976) Phys. Lett. A57, 397
- Takens, F. (1984): "Detecting strange attractors in turbulence". Springer Lecture Notes in Mathematics, No. 898.