Ciencias de la Tierra y el Espacio, enero-junio, 2013, Vol.14, No.1, pp.38-50, ISSN 1729-3790

Optimización del Muestreo Tecnológico en Yacimientos Lateríticos Cubanos

Ramón Eddie Peña-Abreu* y Ciro M. Sam-Palanco

Centro de Investigaciones del Níquel, Carretera Yagrumaje km 5 ½ Moa. Holguín, Cuba rpena@cil.moa.minbas.cu, csam@cil.moa.minbas.cu.

Recibido: agosto 21, 2012	Aceptado: diciembre 18, 2012

Resumen

La optimización del muestreo tecnológico en yacimientos lateríticos es necesaria para garantizar la representatividad de las muestras del mineral a procesar en las pruebas metalúrgicas, ellas aportan informaciones imprescindibles para el procesamiento industrial; optimizar la representatividad del muestreo fue el objetivo que se persiguió, empleando la modelación Matemática. Un análisis de requisitos sobre las particularidades de las operaciones mineras en la extracción de la muestra y las exigencias del proceso metalúrgico, permitió obtener tres modelos que optimizan la cantidad de puntos de muestreo, su ubicación geográfica, la selección de los intervalos de profundidad a extraer y la mezcla de las clases de materiales, estas últimas obtenidas de la clasificación multivariada realizada a los resultados del sondeo de exploración. Los modelos fueron implementados en la selección de la muestra de un sector destinado a la minería del 2011 de la Empresa Che Guevara, mejorando con ello la representatividad de la muestra.

Palabras Clave: Componentes Principales, Modelación Matemática, Muestreo tecnológico, Optimización, Yacimientos lateríticos

Technological Sampling Optimization of Lateritic ore Deposits

Abstract

Technological sampling optimization of lateritic ore deposits is necessary to ensure the effective representativeness of the ore samples which will be processed in metallurgical testing, they provide important information for industrial processing; the main objective was focused to optimize sampling representativeness using mathematical model. The analysis of the specific mining operations requirements during sample extraction and the demands of the metallurgical process, permitted to obtain three models capable to optimize sampling points number, its geographic location as well as the depth intervals selection which will be removed and also the mixing of different materials obtained from multivariate classification analysis based on exploration drilling.
The models were implemented during 2011, in a predicted mining sector of Che Guevara Nickel Plant, specifically in the sample selection, improving considerable sample representativeness.

Key Words: Principal Component, Mathematical Modeling, Technological sampling, Optimization, Lateritic ore deposits.

1. Introducción

En la industria minero-metalúrgica una muestra tecnológica (MT) es el material que se extrae del yacimiento que se procesa en una planta piloto para establecer los parámetros del proceso metalúrgico a escala industrial. A este procesamiento se le denomina en lo adelante Prueba Piloto (PP) y es equivalente a los términos "prueba tecnológica", "pruebas metalúrgicas" y "pruebas geometalúrgicas" utilizados en otros trabajos (Dominy et al, 2002; Gleeson et al 2004; Benvindo da Luz et al, 2004; Marchese-García, 2005).

En los yacimientos de lateritas de níquel la selección y extracción de las MT es de suma importancia, por la complejidad que grava la calidad del mineral a las operaciones metalúrgicas (Chang-Cardona et al, 2005; Peña-Abreu et al, 2012); por ello es necesario lograr la máxima representatividad en la muestra, para garantizar que la industria se adecue al mineral en el período de explotación del yacimiento (Marchese-García, 2005).

Para lograr en la MT los tipos de mezclas que estarán presentes en el flujo de menas que se alimentará al proceso metalúrgico, se debe extraer en puntos que aporten la cantidad y la variedad de los materiales de forma proporcional a la contribución del yacimiento a dicho flujo (Peña-Abreu & Fernández-Martínez, 2009). El problema a resolver surge de la necesidad de optimizar la cantidad de puntos de extracción, su posición geográfica, el volumen de mineral a extraer y la dosificación en la mezcla de los diferentes materiales presentes en el yacimiento, esto implica optimizar la representatividad de la MT, que es el objetivo de la investigación, fundamentado en la idea de que la utilización de la modelación matemática coadyuva a obtener el resultado deseado. Los modelos matemáticos desarrollados se fundamentaron en la obtención de clases de comportamientos del mineral en el yacimiento, con la aplicación de la clasificación multivariada y el reconocimiento de patrones.

Los trabajos que abordan la temática de las muestras tecnológicas no exponen explícitamente los métodos de ubicación de los puntos para su extracción; Dominy et al, (2002), señala que el muestreo genera el 30% de los errores en los estimados; Ross et al, (2006) en el proyecto Fénix en Guatemala explican que la selección del sitio para la extracción de una muestra se realizó a partir de los datos de la exploración, la referencia de la minería, el análisis de los mapas y la inspección visual de los minerales. Del informe anual de HUDBAY-MINERALS-INC (2009), referente al año 2008 de operaciones, se infiere que las muestras metalúrgicas polimetálicas, fueron conformadas tomando aleatoriamente el material de los pozos de exploración.

En Cuba para el estudio del yacimiento Punta Gorda, de la concesión perteneciente a la empresa del Níquel Ernesto Che Guevara (ECG), se tomaron nueve muestras tecnológicas cuya ubicación se fundamentó en la exploración del yacimiento y el análisis geológico de diferentes informaciones (Agurenko et al, 1973). Utilizando esta misma metodología se seleccionaron tres MT en el Yacimiento Cupey (Peña-Abreu & Fernández-Martínez, 2009). En el diseño de la MT del yacimiento Yagrumaje Norte se utilizó la estadística multivariada, para la caracterización de las zonas, para facilitar la toma de decisiones en la ubicación de la muestra (Peña-Abreu et al, 2005). No se han encontrado antecedentes, en los que se hayan utilizado modelos matemáticos para garantizar la representatividad de las muestras con los criterios aquí propuestos.

2. Materiales y métodos

La investigación se realizó en una zona destinada por la ECG a la minería del año 2011, cuya red de exploración generó una base de datos (BD) de 12 variables (columnas) y 7601 muestras (filas) correspondiente a 391 pozos de sondeo. En el procesamiento estadístico se utilizaron dos software, el STATGRAPHICS (V. 5.1) y el Spad (V 5.6); con ellos se realizan las pruebas de bondad de ajuste y el procesamiento multivariado respectivamente. La manipulación de los datos y los cómputos básicos se efectuaron en Microsoft Excel. Otros cálculos se realizaron con herramientas de software propias, desarrolladas en lenguaje pascal.

2.1 Exploración estadística

Una de las etapas de exploración de la zona destinada a la minería del 2011 se realizó antes de 1997, cuando solo se analizaba el Hierro, el Níquel y el Cobalto (Lavaut-Copa, 2007); por ello algunas variables presentan más de un 5 % de datos ausentes, ellas se excluyeron del análisis de clasificación teniendo en cuenta los efectos que esto provoca en la clasificación (Crivisqui y Droesbeke, 1993). Se aplicó a cada variable un análisis de bondad de ajuste a la distribución normal; se utilizaron las pruebas: *Chi-Cuadrado*, *Kolmogorov-Smirnov* (K-S), *Kuiper*, *Anderson-Darling*, *Asimetría* y *Curtosis* (Mood y Graybill, 1978).

El análisis en componentes principales (ACP) definió la representatividad de las variables y de cada muestra en los ejes factoriales; estos últimos a través de los coeficientes denominados cosenos cuadrados (φ), que toman valores entre cero y la unidad; como resultado adicional se obtienen las correlación entre las variables. El ACP simplifica el estudio agrupando en cada eje factorial la mayor cantidad de variables correlacionadas (Crivisqui, 2002b). El Spad genera un gráfico de ACP en forma circular con radio unitario que representa la proyección de las variables en el primer plano factorial (Factores 1 y 2), en él cada variable está representada por un vector que nace en el centro de coordenadas, cuya longitud expresa la representatividad; la correlación está dada por el ángulo formado entre los vectores, las mayores se muestran entre los más agudos (positivas) y los llanos o cercanos (negativas); las más pequeñas, que muestran independencia, en los rectos o cercanos a él. El Spad emite un reporte con todos los resultados analíticos incluyendo los coeficientes φ.

El Análisis de Clasificación (AC) se realiza con las variables más representativas e independientes entre sí. En el AC se evalúa la relación entre los individuos utilizando medidas de similitud y disimilitud. Spad crea un gráfico donde los ejes factoriales definen la tendencia del comportamiento, los puntos representan las muestras y sus colores identifican las clases a las que pertenecen (Fig. Nº 2 del Anexo); en lo adelante cuando se haga referencia a coordenadas seran del sistema factorial. La posición de un punto depende de las variables que lo caracterizan

(Crivisqui, 2002 a). Las clases obtenidas del yacimiento se seccionaron en dos, acorde con los límites económicos que acepta la industria. Cada subclase se denotó con el número de la clase, un guión y el mismo número si es mena; en caso contrario un cero (Ej: 4_4, clase 4 que es mena; 4_0, clase 4 que no es mena).

El proceso de selección y extracción de la muestra tecnológica se divide en tres pasos de acuerdo al orden de ejecución práctica, en el primero se seleccionan los pozos; en el segundo se eligen los intervalos que se extraen en el perfil de los pozos. En el tercero se extrae el mineral, al cual se le realiza un muestreo de control para verificar los resultados y finalmente se conforman las mezclas que se envían a la PP. Cada paso de este proceso se modeló matemáticamente, los dos primeros responden a modelos de programación lineal binaria (PLB) y el tercero es de programación lineal real (PLR).

2.2 Requisitos para la modelación

Las tecnologías de extracción minera y de procesamiento metalúrgico imponen condiciones a tener en cuenta en la modelación. Es necesario seleccionar de los ***n*** pozos del sondeo, que reúnan las condiciones siguientes:

1. Mantener la máxima continuidad de las clases en la vertical.
2. Que la profundidad en la selección de la muestra sea la mínima posible.
3. Obtener la máxima representatividad posible.
4. Garantizar la participación equitativa de muestras con valores de inercia altos, medios y bajos. La inercia es la medida de la dispersión que aporta el individuo a la población, en el análisis multivariado es la distancia desde el centro de coordenadas factoriales al individuo (Crivisqui, 2002b).
5. En la muestra se deben incluir todas las combinaciones de clases (mena y estériles) con mayor probabilidad de participar en el flujo alimentado al proceso.
6. Los costos de la MT no puede superar un valor crítico de presupuesto.
7. Se deben elegir pozos de menor horizonte superior estéril.
8. Se debe cumplir con los contenidos químicos del mineral que exige la industria.

2.3 Definiciones y notación

Se denota con ξ_{ij} las muestras del pozo *i* a la profundidad *j*, con I^t_{ik} el conjunto de los índices correspondientes a la *k*-esima repetición de muestras contiguas de la clase ***t*** en el pozo *i*. Entonces $I^t_i = \cup_k I^t_{ik}$ es el conjunto de todos los índices correspondientes a las muestras de la clase ***t*** en el pozo *i*. Es importante notar que el segundo subíndice de la muestra en el pozo, coincide con su profundidad dada en metros. Con $h_i$denotaremos la máxima profundidad o cantidad máxima de intervalos en el pozo ***i***. El conjunto de los índices de todas las clases se denotará por ***C***. El conjunto de los índices de todas las clases se denotará por ***C***; se denotará por C^t_i el número de repeticiones de muestras contiguas de la clase ***t*** en el pozo ***i***. El conjunto de índices que enumeran a los ejes factoriales se denota con ***P***. Se denota con E_i el espesor del horizonte de estéril en el pozo ***i*** y con V^e_i el espesor de estéril permisible. Se denota con φ^t_{ik} a la suma de los *r* ($r \in P$) cosenos cuadrados de la muestra *k* en el pozo *i*, *r* corre hasta cantidad de ejes factoriales, que se toma de acuerdo a la representatividad del sistema factorial, en la mayoría de los casos *r*=2. *t* corre por todas las clases, de esta forma:

$$\varphi^t_{ik} = \sum_{r \in P} \varphi^r_{ik}$$

La representatividad de las muestras en la repetición ***k*** de la clase ***t*** en el pozo ***i*** será:

$$\Phi^t_{ik} = \sum_{j \in I^t_{ik}} \varphi^t_{ij}$$

Se denota por Δ^t_{ik} la cantidad de muestras contiguas, en el pozo *i* de la clase ***t*** en la repetición *k*; todas las muestras de la clase ***t*** en el pozo *i* serán: $\Delta^t_i = \sum_{k=1}^{C^t_i} \Delta^t_{ik}$. La distancia, en el sistema de coordenadas factoriales, desde la muestra ***j*** al centro del sistema se denota con d_j.

2.4 Modelo para la ubicación óptima de los puntos de muestreo

Este modelo es para la optimización de un muestreo estratificado, donde las clases representan los estratos de la población, se ha realizado por pasos de acuerdo con las seis primeras exigencias, cada premisa se modeló por separado.

El primer requisito exige la mayor cantidad de muestras contiguas de una misma clase en el pozo elegido. El segundo requisito conduce a la confección de un coeficiente que es la relación entre Δ^t_{ik} y la máxima profundidad ($Max(I^t_i)$) de las muestras de la clase ***t*** en el pozo ***i***. El tercer requisito se consigue multiplicando dicha relación por los coeficientes Φ^t_{ik}, lo que se expresa en (1).

$$\sum_{t\in C}\sum_{k=1}^{c_i^t}\frac{\Delta_{ik}^t}{Max(I_i^t)}\Phi_{ik}^t \quad (1).$$

El cuarto requisito exige que en los puntos elegidos participen en proporción tantas muestras extremo como promedio; esto conduce a la creación de un coeficiente D_i que expresa la estabilidad de la inercia en el pozo ***i***. Se denota con d_i^M el promedio de las distancias d_i. Se crean dos conjuntos que contienen los índices de las muestras con distancias superiores e inferiores a d_i^M; $d_i^+ = \{j;\ d_j > d_i^M;\ \forall j = \overline{0,h_i}\}$ y $d_i^- = \{j;\ d_j < d_i^M;\ \forall j = \overline{0,h_i}\}$ respectivamente, entonces:

$$D_i = \frac{Min(|d_i^+|,|d_i^-|)}{Max(|d_i^+|,|d_i^-|)}$$

Es obvio que $D_i \in [0,1]$. Donde $|d_i^+|$ y $|d_i^-|$ representan los cardinales de los conjuntos d_i^+ y d_i^- respectivamente. Luego se obtiene:

$$\beta_i = D_i \cdot \sum_{t\in C}\sum_{k=1}^{c_i^t}\frac{\Delta_{ik}^t}{Max(I_i^t)} \cdot \Phi_{ik}^t \quad (2)$$

En β_i se agrupan las cuatro exigencias fundamentales para la ubicación del muestreo, por ello constituye el coeficiente de la función objetivo (3):

$$\sum_i \beta_i x_i \longrightarrow Max \qquad (3)$$

Donde $x_i \in \{0;1\}$ es la decisión de incluir o no el pozo *i* en la MT. La quinta exigencia se expresa en la ecuación (4):

$$\sum_i K_i^t x_i \geq K^t;\ t \in C \qquad (4)$$

Los coeficientes K_i^t representan la contribución del pozo *i* a la clase *t*, se calculan por la formula $K_i^t = \Delta_i^t \cdot P_i^t$, los P_i^t constituyen la probabilidad de que la clase *t* se confirme al extraer la muestra en el pozo *i*. Los coeficientes P_i^t se obtienen del modelado Markoviano del yacimiento (Peña-Abreu & Pérez-Melo, 2009).

La participación de los materiales estériles se establece empíricamente, en este trabajo se tomó un metro en el contacto con el estéril por el techo y por el fondo; también un metro de intercalaciones (Peña-Abreu&Fernández-Martínes, 2009).

El número de pozos necesarios para conformar la muestra tendrá como cota superior un número ***s*** de combinaciones de los ***n*** pozos que contienen las clases con la mayor probabilidad de participar en la minería, de esta forma se tiene en cuenta la inercia de las clases (Montgomery, 2001): $s = \frac{n!}{(n-k)!k!}$, donde $k = M^T \cdot C^t$ es el número máximo necesario de muestras de una clase, donde M^T es la masa a procesar en la prueba piloto y C^t es el porcentaje de la clase ***t*** en M^T.

$$\sum_i x_i \leq s \qquad (5)$$

En el quinto punto se exige que la masa a extraer cumpla los requerimientos de proporciones, esto se modela en (6):

$$p^t \sum_i \omega_i^t \cdot \vartheta_i \cdot x_i \geq \Omega^t \quad (6)$$

Donde: $\Omega^t = M^T \cdot C^t$; $\omega_i^t = |\ \ |$ – metros de la clase ***t*** en el pozo ***i***; ϑ_i – área de influencia en el pozo ***i,*** en este trabajo $\vartheta_i = \vartheta = Const$; p^t – peso volumétrico en la clase ***t***.

La sexta exigencias se modela en (7); donde g_i es el gasto estimado para el pozo *i*; *G* el presupuesto total asignado a la extracción de la muestra. La séptima condición se modela en (8) y se resuelve filtrando la BD bajo la condición $E_i \leq V_e^c$, con un filtrado antes de resolver el modelo.

$$\sum_i g_i \cdot x_i \leq G \qquad (7)$$

$$\sum_i E_i \cdot x_i \leq V_e^c \qquad (8)$$

La función objetivo (3) y las restricciones (4-8), *conforman el modelo de ubicación óptima de los puntos en el yacimiento* para la extracción de la MT.

2.4.1 Modelo para la elección de los intervalos a extraer en cada pozo

Este modelo optimiza la extracción de los intervalos por pozos. Óptimo es el conjunto de intervalos que garantizan un mineral con el contenido químico que exige la industria, en las proporciones de cada clase y sus combinaciones. Se denota con x_{ij} el intervalo *j* del pozo *i*; con Ni_{ij}, Co_{ij}, Fe_{ij}, Si_{ij}, Mg_{ij} sus correspondientes contenidos de Níquel, Cobalto, Hierro, Sílice y Magnesio.

$$\sum_{i,j}^{s,m} x_{ij} \rightarrow Min \quad (9)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i,j}^{s,m} Ni_{ij} \cdot x_{ij} \geq E^{Ni} \quad (10)$$

$$\sum_{i,j}^{s,m} Fe_{ij} \cdot x_{ij} \geq E^{Fe} \quad (11)$$

$$\sum_{i,j}^{s,m} Co_{ij} \cdot x_{ij} \geq E^{Co} \quad (12)$$

$$\sum_{i,j}^{s,m} Si_{ij} \cdot x_{ij} \leq E^{Si} \quad (13)$$

$$\sum_{i,j}^{s,m} Si_{ij} \cdot x_{ij} \leq E^{Co} \quad (14)$$

Donde E^{Fe}, E^{Ni}, E^{Co}, E^{Si}, E^{Mg} son las exigencias de contenido químico al mineral y $m = \left[\frac{\Omega^t}{\theta}\right]$.

2.4.2 Modelo para el mezclado

Se considera conocida la masa total necesaria (M^T) para la MT, teniendo en cuenta que para los minerales del norte oriental cubano no ha variado sustancialmente en las pruebas metalúrgicas realizadas hasta el momento (Rodríguez-Mateos et al, 1997 a y b). Las etapas en que se desarrollan las pruebas metalúrgicas, están determinadas por las combinaciones de distintos materiales, considerados representativos del flujo de mineral que se enviará al proceso metalúrgico. En cada etapa se procesarán mezclas del mineral extraído en la MT. Se denotará con x_i la cantidad de masa de la clase *i* que se incorporará a la mezcla, con $P_i^{Fe}, P_i^{Ni}, P_i^{Co}, P_i^{Si}, P_i^{Mg}$ se denota el promedio de los elementos químicos en la clase *i* de la muestra extraída. El modelo será el siguiente:

$$\left|\sum_i C^i \cdot x_i - M^T\right| \rightarrow Min \ (15); \ \forall i \in C$$

Sujeto a:

$$\sum_i P_i^{Ni} \cdot x_i \leq E^{Ni} \ (16)$$

$$\sum_i P_i^{Co} \cdot x_i \leq E^{Co} \ (17)$$

$$\sum_i P_i^{Fe} \cdot x_i \leq E^{Fe} \ (19)$$

$$\sum_i P_i^{Si} \cdot x_i \leq E^{Si} \ (20)$$

$$\sum_i P_i^{Mg} \cdot x_i \leq E^{Mg} \ (21)$$

Utilización del modelado Markoviano de yacimientos.

El modelo Markoviano para yacimientos constituye una secuencia de cadenas de Markov (Gnidienko, 1971), que genera un sistema de matrices de transferencia, cada una de las cuales se corresponde con una dirección en el yacimiento sobre la red de exploración, se construyen sucesivamente de un pozo al inmediato y también a saltos. Los eventos que se modelan constituyen clases de comportamientos en el yacimiento; las matrices de transferencias contienen las probabilidades con que puede aparecer una clase en un punto, dada la ocurrencia de otra en el punto que se considera inmediato anterior, se apoya en una función de geo-referencia para construir las distribuciones

probabilísticas de las clases sobre el yacimiento (Peña-Abreu, 2007; Peña-Abreu & Pérez-Melo, 2009). En este artículo el modelado Markoviano se ha utilizado para calcular las probabilidades P_i^t de aparición de las clases en el entorno de un pozo *i*, la participación global de las clases en el yacimiento y las combinaciones de clases con mayor probabilidad de ocurrencia, para el periodo de explotación del sector estudiado.

Solución numérica de los modelos.

Los modelos 1-7 y 9-14 se resolvieron utilizando una herramienta computacional creada en Pascal Delphi por Ramírez-Aberasturis & Peña-Abreu, (2011), que paraleliza el algoritmo desarrollado por Peña-Abreu & Trujillo-Codorniú, (2005). Los coeficientes del modelo se programaron sobre Visual Basic, por la comodidad de dicho soporte para trabajar las tablas de datos en Excel, al que luego accede la herramienta programada sobre Pascal Delphi, toma los coeficientes de los modelos y calcula las soluciones de mayor complejidad computacional. Los coeficientes P_i^t se calcularon con algoritmos y herramientas computacionales desarrolladas por Ramírez-Aberasturis & Peña-Abreu (2009). El modelo (15-21) para el mezclado se resuelve en M.S Excel con la herramienta Solver.

Extracción de la muestra.

Se fue extrayendo dinámicamente cada intervalo seleccionado en cada pozo; se situaron en pilas sobre una plataforma, luego cada pila fue muestreada y los materiales que confirmaron su contenido con el valor de la exploración se utilizaron para conformar la MT según la mezcla que proporcionó el modelo (15-21).

3. Resultados y discusión

3.1 Análisis estadístico del sector estudiado

En el sector de minería que se estudia, solo al 48 % de las muestras le fueron analizados los elementos SiO_2, MgO y AL_2O_3, por ello estas variables se excluyen del AC, si embargo en el 52% restante de las muestras se encontró fuertes correlaciones con el Ni, el Fe y el Co (tabla I); este resultado muestra que a merced de esta relación, los rasgos característicos del mineral se mantienen implícitos en el AC (Crivisqui, 2002 a).

Las distribuciones de las variables en el sector estudiado no se ajustan a la normalidad según se muestra en la tabla II; esto es producto de poblaciones mezcladas de minerales limoníticos, serpentínicos y otros que en menor medida aparecen en el yacimiento (Martínez-Vargas, 2007). Este análisis sugiere el uso de los estadígrafos no paramétricos en el sector estudiado (Mood & Graybill, 1978).

Tabla I. Matriz de correlación. Realizada con el 48 % de los datos (3638) que cuentan con SiO_2; MgO y AL_2O_3

	FE	*NI*	*CO*	*SIO2*	*MGO*	*AL2O3*
FE	1,0					
NI	0,0	1,0				
CO	0,4	0,4	1,0			
SIO2	-0,8	0,3	-0,2	1,0		
MGO	-0,8	0,2	-0,3	0,9	1,0	
AL2O3	0,0	-0,6	-0,3	-0,5	-0,5	1,0

3.2 Análisis en Componentes Principales

La Fig. Nº 1 muestra las correlaciones y con ello la independencia entre las variables, no se revelan diferencias esenciales entre estas correlaciones y las que se obtienes en la red de exploración más densa que se exponen en la tabla I, sus datos se encuentran incluidos en los 7602 datos utilizados en el presente ACP.

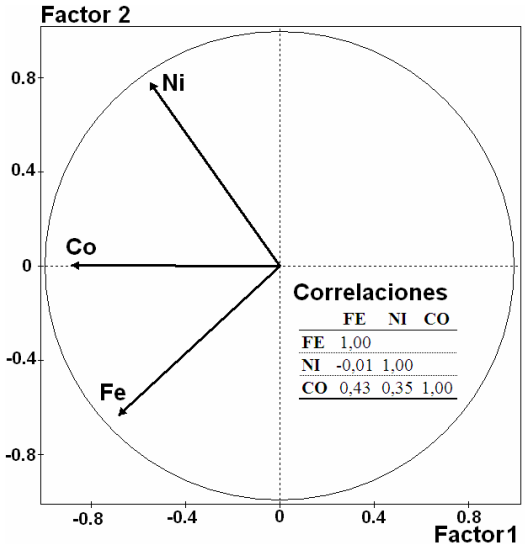


Fig. 1. Análisis en Componentes Principales

El ACP aportó los coeficientes φ de representatividad de las muestras, utilizados para construir los coeficientes de la función objetivo en el modelo 1-8; es un valor para cada muestra por eje factorial, por tanto la tabla es de 7602 filas, lo que resulta muy voluminoso para incluirla en el presente artículo.

3.3 Análisis de clasificación

En la Fig. 2 del anexo se muestra la distribución en el sistema factorial de las nueve clases obtenidas. La tabla III las caracteriza en las variables geoquímicas. De ella se concluye que la clases 1, 2, 3, 4, 8 y 9, están compuestas en su mayoría de menas, sus porcentajes se muestran en fila inferior de la tabla I, esto explica la ausencia de valores en la columna 3_0. Más del 99 % de las muestras en clases 5, 6 y 7 no son menas; en la clase 6 por los bajos contenidos de níquel y en la 7 por el bajo contenido de hierro y níquel.

Atendiendo a la descripción de la exploración, las cinco primeras clases están compuestas de materiales limoníticos y de la 6 a la 9 con materiales serpentínicos. En la Fig. 2. del anexo se observa que las primeras cuatro clases, así como la 8 y la 9 se concentran alrededor del centro de coordenadas factoriales; las limoníticas con poca dispersión, a excepción de la 1, se disponen básicamente en los cuadrantes 2 y 3. Las clases 8 y 9 resultan algo dispersas, se sitúan esencialmente en los cuadrantes 1 y 2; las 5, 6 y, 7 se encuentran en los cuadrantes 1 y 4, sin mucha dispersión. Así queda definida la tendencia de las clases en el primer eje factorial, en la parte positiva se ubican las clases serpentínicas y en la negativa las limoníticas. Este análisis se puede complementar con la Fig. 1, donde los vectores del Fe, el Ni y el Co se encuentran orientados en sentido negativo del primer eje factorial. De la Fig. 2 y la tabla III, ambas en el anexo, se deduce que la fuerza de las diferencias en la clasificación la ejerce primero el hierro seguido del cobalto y el níquel.

Se analizaron las muestras atípicas de la clase 1 que es la más dispersa. En la muestra R33_B0849_P38_H12D0, con la mayor diferencia en el primer factor, el contenido de Co y Ni generan la atipicidad, esta pertenece a la red espaciada a 33,33 m, del bloque 0849 en el pozo 38, en la profundidad de 12 m; descrita en la exploración en el horizonte de ocres estructurales finales; en el mismo eje factorial se identificada a R33_B0760_P28_H24D0, en ella el Co imprime la diferencia, se encuentra en el bloque 0760 del pozo 28, a la profundidad de 24 m y se ha descrito igualmente en los ocres estructurales finales; otro valor atípico se describe en el mismo horizonte, en el pozo 26 del bloque 0660 a la profundidad de 18 m, en él causó la diferencia el Ni. Un análisis similar se realizó para definir la pertenencia de las muestras cercanas en clases diferentes.

Cálculo de los coeficientes para los Modelos a partir del Modelo Markoviano.

Utilizando el modelado Markoviano de yacimiento se obtiene el porcentaje de participación de cada clase en la zona estudiada (ver tabla IV), con ellos se calculan los coeficientes C^i presente en dos de los modelos. Proporciona también los coeficiente P_i^t para cada pozo, no se exponen por el volumen de datos que representan (7038 coeficientes por cada clase).

Tabla IV. Participación de las clases en el sector

Clase	1_0	1_1	2_0	2_2	3_0	3_3	4_0	4_4	5_0
Probabilidad	0,005	0,027	0,029	0,113	0,000	0,134	0,132	0,102	0,224
Clase	5_5	6_0	6_6	7_0	7_7	8_0	8_8	9_0	9_9
Probabilidad	0,001	0,064	0,000	0,046	0,000	0,002	0,053	0,012	0,057

La tabla IV muestra que las menas 2_2, 3_3, 4_4, 8_8 y la 9_9 tienen la mayor probabilidad de participar en la minería. En párrafos anteriores se ha explicado que en la MT se incluyen porciones de clases estériles, las clases 4_0, 5_0 y la 6_0 presentan la mayor probabilidad entre las estériles, por ello serán incluidas en la MT. Las tablas V, VI y VII del anexo, generadas con el modelo Markoviano del yacimiento (Peña-Abreu y Pérez-Melo, 2009), muestran las matrices de transferencias con las probabilidades condicionales, de incluir un material estéril en los contactos con las menas: en la parte superior o techo (tabla V); por aparición de intercalaciones (tabla VI) y por contacto en el fondo (tabla VII). Para ilustrar a modo de ejemplo, se analiza la inclusión de material estéril en el contacto mena-estéril por el techo. En la tabla V se observa que el material de las clases 1_0 (estéril) y 1_1 (mena) se combinarán con una probabilidad de 0,4; la combinación de las clases 1_0 (estéril) y 2_2 (mena) presenta una probabilidad de 0.6, mientras que las clases 4_0 y 1_1 con una probabilidad de 0.03. Es obvio que las dos primeras combinaciones son más probables que la última, la cual se considera aproximadamente cero con una tolerancia del 5%. El modelo de mezcla conforma sus coeficientes con las tablas III y IV.

Variantes de Ubicación de las Muestras.

En la tabla VIII se muestran tres variantes de solución para la ubicación del muestreo y los Intervalos a extraer en cada pozo. La solución al modelo de mezcla teniendo en cuenta los contenidos en cada variante y contrastados con las exigencias del proceso, se expone en la tabla IX. Fue seleccionada la tercera variante, luego se ejecutó su extracción y procesamiento en la planta piloto.

Tabla IX. Caracterización de las Variantes de Extracción de la Muestra

	Variantes			
	Primera	Segunda	Tercera	Exigencias
Hierro (%)	43,53	40,96	39,62	≥39.79
Níquel (%)	1,27	1,186	1,299	≥1.157
Cobalto (%)	0,10	0,102	0,106	≥0.102
Sílice (%)	2,03	2,029	-	≤10
Magnesio (%)	0,46	0,841	-	≤3
Aluminio (%)	6,60	0,181	-	-
Masa (Toneladas)	2,21	3,70	4,06	-

Nota: En la tercera variante se eligieron pozos de la red de 33,33 que solo cuentan con el análisis de Hierro, Níquel y Cobalto.

En la tabla X se muestra la participación de cada clase en porcentaje y en masa.

Tabla X. Porcentaje de participación de las clases en la mezcla procesada en Planta Piloto

Clase	%	Toneladas
CL2_0	6,00	25,80
CL2_2	43,59	187,43
CL3_3	13,41	57,67
CL4_0	15,88	68,29
CL4_4	13,53	58,18
CL5_0	3,06	13,15
Total		**410,52**

Como se observa la participación de la clase 4_0 es ligeramente superior a la clase de menas 4_4. En la tabla IV se puede observar que la clase 4_0 resulta más probable que la 4_4 y en la tabla V la probabilidad de aparición de la clase 4_4 seguida de la 4_0 en el contacto por el techo resulta del 57 %, en la tabla VI se muestra una situación similar para la contaminación por intercalaciones (60 %); con otras clases su probabilidad aparición, tanto para el techo como para las intercalaciones oscila entre el 7 % y el 25 %, de ello se aclara este resultado que produjo el modelo y que pudo parecer ilógico. Se debe tener en cuenta que la clase 4_0 es limonítica y sus valores pueden ser cercanos al cumplimiento de las especificaciones industriales (ver tabla III), en esta clase de las 1002 muestras que la componen 557 presentan valores superiores al promedio de la clase en el Ni y 560 en el Fe, en cuanto al Co solo 482 superan el promedio. Más de la mitad de las muestras se encuentran en un rango de datos cercano al exigido industrialmente. Los resultados de la mezcla, después de homogeneizada, cumplen las exigencias en el margen de la desviación estándar y del límite de tolerancia fijado por la industria (ver tabla XI). De esta forma se ha logrado poner a disposición de la muestra tecnológica una mezcla de los materiales que se alimentaran al proceso, con las exigencia del la industria.

Tabla XI. Característica del material procesado en la Planta Piloto

	Ni	Co	Fe	SiO_2	Mg
PROMEDIO	1,15	0,091	40,11	7,52	2,63
DESVIACIÓN ESTÁNDAR	0,02	0,004	0,99	0,50	0,52
DESVIACIÓN DEL CONTENIDO PERMITIDA POR LA INDUSTRIA					
±	0,030	0,015	1,000	1,000	0,500

Conclusiones

El estudio estadístico determinó: si existe ajuste de las variables a la distribución normal, las correlaciones entre las variables, las componentes principales, nueve clases y su caracterización en las variables, la relación de las clases con la clasificación de las menas industriales; la tendencia de las clases en el primer plano factorial, así como, el orden en la fuerza que ejercen las variables en la clasificación. La optimización de la muestra tecnológica en cuanto a representatividad, utilizando la metodología propuesta, está fundamentada en tres modelos matemáticos que permiten: ubicar los puntos de muestreo, definir los intervalos a extraer en los pozos y determinar la mezcla del material sujeto a las exigencias del proceso industrial. En el caso de estudio se establecieron tres variantes de extracción en las cuales, la participación de las diferentes clases de los materiales presentes en el yacimiento, estuvieron determinadas por la probabilidad que presenta cada una de ellas para incluirse en el flujo de alimentación a la industria, con lo que se garantizó la efectividad de la metodología empleada para lograr la máxima representatividad del muestreo tecnológico.

Referencias

Agurenko, N., V., Kereselidre, G., Kaslikov, E., Gerasimov, V., Schulzenko. (1973). Informe sobre la exploración geológica del yacimiento punta gorda. Archivo Técnico de la ECG. Moa. 391 p.

Benvindo-da-Luz, A., J., Alves-Sampaio; S.L., Matos de Almeida S. (2004). *Tratamento de Minérios*. 4ta ed. Centro de Tecnología de Mineral. Ministerio de Ciencia y Tecnología (CETEM-MCT). Rio de Janeiro, Brasil. 858p. ISBN: 85-7227-204-6.

Chang-Cardona, A.R., J., Arce-Molina, M, Toirac Suárez. (2005). Modelos multivariables para predecir el extractable de níquel por la composición mineralógica de la mena tecnológica en el proceso Caron. Minería y Geología. Vol. 21, Nº 1. ISSN 0258 5979.

Crivisqui E. (2002 a). Presentación del Análisis de Clasificación: Página de la asociación PRESTA, Université Libre de Bruxelles. [En Línea] http://www.ulb.ac.be/assoc/presta/Cursos/cursos.html, consulta: 27/4/2002.

----------. (2002 b). Presentación del Análisis de Componentes Principales: Pagina de la asociación PRESTA, Université Libre de Bruxelles. Disponible en: http://www.ulb.ac.be/assoc/presta/Cursos/cursos.html, Consulta: 20/4/2012.

----------y J.J, Droesbeke. **(1993)**. Le concept mathématique de distance et la comparaison des éléments d'un tableau de données. Cultures et Sociétés. Nº 3. pp.17-32.

Dominy, S. C, A. E, Annels and M., Noppé. **(2002)**. Errors and Uncertainty in Ore Reserve Estimates-Operator Beware. Memorys: Underground Operators' Conference. Townsville, Qld, Julio 29–31. Pag: 121-126. Consulta en Jul 2007. Disponible en: www.nwrc.ugs.gov/techrtpjournals/sta13.

Gleeson, S. A., R. J, Herrington, J., Durango, C. A, Velásquez, G, Koll. (2004). The Mineralogy and Geochemistry of the Cerro Matoso S.A. Ni Laterite Deposit, Montelíbano, Colombia. Economic Geology. Vol. 99, pp. 1197–1213.

Gnidienko B.V. (1971). Kurs Teorii Vieroiatnostiey (Curso de Teoría de las Probabilidades). Nauka, Maskva. (en ruso), 400 p.

HUDBAY-MINERALS-INC. March 30, **(2009)**. ANNUAL INFORMATION FORM FOR THE YEAR ENDED DECEMBER 31, 2008. On Line: http://files.shareholder.com/downloads/HBM/0x0x284322/9E913A59-E60C-4E39-A031-53C6987A13F9/HBM_AIF_31march2009.pdf.

Lavaut-Copa, W. (2007). Situación Actual del Sistema de Prospección Geológica de Lateritas en Cuba. En: II Convención Cubana de Ciencias de la Tierra-II Congreso de Minería, GEOCIENCIAS´2007-. MINERIA´2007. La Habana, del 20 al 23 de marzo. Pp. MIN2-027: ISBN: 978-959-7117-16-2.

Marchese-García, A. marzo **(2005)**. Conceptos y Aplicaciones de Planificación Geometalúrgica. Revista Minería, Edición 330. Instituto de Ingenieros de Minas del Perú. Lima, Peru. http://www.tecsup.edu.pe/webuds/web/publicacion/publicacion1/index.htm

Martínez-Vargas, A. (2007). Modelación de los Contenidos de Hierro en Yacimientos Lateríticos Heterogéneos de Níquel y Cobalto. Caso de Estudio, Yacimiento Moa Oriental. Instituto Superior Minero Metalúrgico, Moa [Tesis doctoral]. 139 p. Minería y Geología. Vol. 23. Nº.2.

Montgomery, D. C. (2001). Design and Analysis of Experiments. John Wiley & Sons, lnc. Fifth Edition. 684 p.

Mood, A. M, F.A, Graybill. (1978). Introducción a la Teoría de la Estadística: Madrid, 4taed. Aguilar.335p.

Peña-Abreu R. E, A. M, Ramírez-Aberasturis, L, García-Olivero, G, Menes-Vueltas. **(2012)**. Análisis de la Relación Mineral de Alimentación vs Eficiencia de una Empresa Niquelífera con Proceso Caron. Tecnología Química. Vol. XXXII, No. 1, enero-abril del 2012. págs. 74-82.

----------, A, Rodriguez-Cardona, A, Hernández-Ramsay. (2005). Estudio Estadístico Multivariado para la Selección de una Muestra Tecnológica. I Convención Cubana de Ciencias de la Tierra-I Congreso de Minería GEOCIENCIAS´2005-MINERIA´2005. Memorias [CD-ROM]. La Habana, Cuba, 5-8 Abril del 2005. Pp. MIN2-27. ISBN: 959-7117-03-7.

----------. (2007). Modelo Matemático para la Optimización de las Redes de Exploración y Explotación en Yacimientos Lateríticos. En: II Convención Cubana de Ciencias de la Tierra- VIII Congreso Cubano de Informática y Geociencias, GEOCIENCIAS´2007-GEOINFO'2007. Memorias [CD-ROM], La Habana, Cuba, 20-23 de Marzo. Pp. GEOINF1-P16. ISBN: 978-959-7117-16-2.

----------, Pérez-Melo N. (2009). Estudio de Yacimientos Lateríticos Ferro-Niqueliferos con un Modelo Markoviano. En: III Convención Cubana de Ciencias de la Tierra-III Congreso Cubano de Minería, GEOCIENCIAS´2009-MINERÍA'2009. Memorias, [CD ROM], La Habana, Cuba, 16-20 de Marzo. Pp MIN2-O7. ISBN: 978-959-7117-19-3.

----------, R.A, Trujillo-Codorniú. Enero (2005). Algunos Problema de Programación Cuadrática Binaria asociados a la Minería. Publicación del Centro de Investigaciones de Estudios Avanzados, Departamento de Matemática, DF México, Reporte interno #357, 6p.

----------, & L, Fernández-Martínez. Febrero. **(2009).** Estudio del yacimiento Yagrumaje Sur para la proyección de un muestreo tecnológico a escala de banco. Análisis de la utilidad de la información obtenida en estudios precedentes. Informe de Servicio Científico Tecnológico. Archivo del Centro de Investigaciones del Níquel. Moa. Cuba. 168 p.

Ramírez-Aberasturis, A.M & R.E, Peña-Abreu. (2009). Mejora de un Algoritmo de Conteo para Modelos Markovianos en Yacimientos Lateríticos. En: XI Congreso Internacional de la Sociedad Cubana de Matemática. Memorias [CD-ROM], La Habana del 18 al 20 de Noviembre. ISBN: 1728 6042 RNPS 2017.

---------- & R.E, Peña-Abreu. (2011). Algoritmo de programación lineal binaria para la optimización del muestreo tecnológico en yacimientos lateríticos. En: IV Convención Cubana de Ciencias de la Tierra-X Congreso Cubano de Informática y Geociencias. GEOCIENCIAS´2011-GEOINFO'2011. Memorias, [CD ROM], La Habana, Abril 4-8. Pp. GEOINF-P13. ISBN: 978-959-7117-30-8.

Rodríguez-Mateos, C, Majendié-Cemitier, R, García-Áreas, G. **(1997 a).** Informe final de investigación: Procesamiento de los Minerales del Yacimiento Cupey en las Instalaciones del Centro de Investigaciones de las Lateritas (CIL). Archivo técnico del Centro de Investigaciones del Níquel. VOLUMEN I. Procesamiento en planta piloto. Moa. Cuba. 146 p.

----------. (1997 b). Informe Sobre el Procesamiento de los Minerales del Yacimiento Cupey en la Planta Piloto del Centro de Investigaciones de las Laterítas (CIL). Archivo Técnico del Centro de Investigaciones del Níquel. VOLUMEN II. Moa. Cuba. 44 P.

Ross A. F, J. P, Golightly, F, Poretta & B.D, Krysa. (2006). Mineral Resource Estimate, Fenix Project, Izabal, Guatemala. Skye Resources Inc: Technical Report. Issued by: Vancouver Office. Prepared by Snowden Mining Industry Consultants. [En Línea]. Consulta 4 July 2006. Disponible en: http://www.snowdengroup.com.

Anexos:

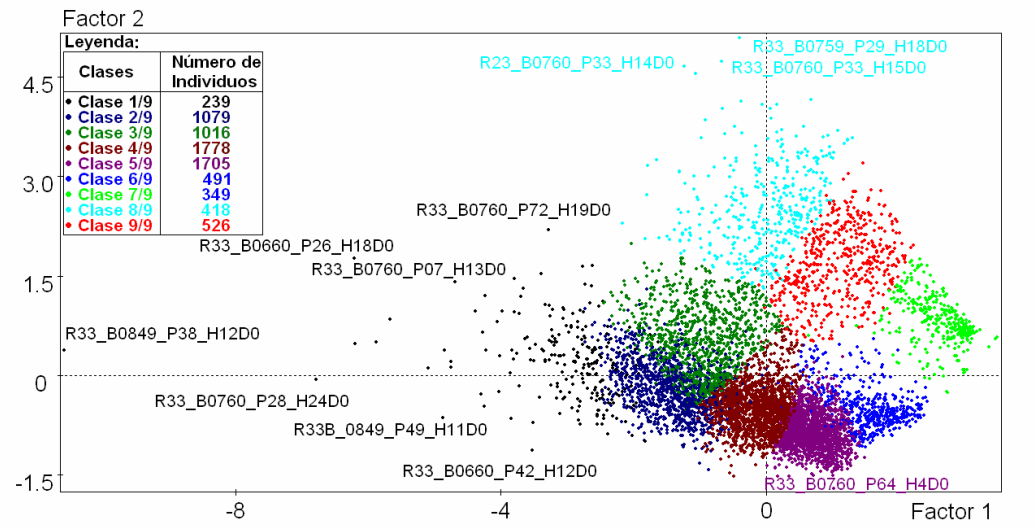


Fig. 2. Análisis de Clasificación. Clases de Comportamientos

Nota: Cada punto representa una muestra, se han identificado las atípicas, el código se lee: R+"Espaciado de la Red"+"_"+"B"+"Número del Bloque"+"_"+P+"Número del Pozo"+"H"+"Parte entera del intervalo"+"D"+"Mantisa del intervalo". Ej: R33_B0849_P38_H12D0. Muestra en la red de 33,33x33,33 m, del Bloque 0849, en el Pozo 38, tomada en el intervalo de 12,0 metros desde la boca del pozo.

Tabla II. Tablas de resultados del estudio de Bondad de Ajuste a la Distribución Normal

Pruebas de bondad de ajuste para el Fe			Pruebas de bondad de ajuste para el Ni			Pruebas de bondad de ajuste para el Co		
Prueba	Estadístico	Valor-P	Prueba	Estadístico	Valor-P	Prueba	Estadístico	Valor-P
Chi-Cuadrado	4860,01	0,00	Chi-Cuadrado	1516,29	0,00	Chi-Cuadrado	4215,14	0,00
Valor-Z para asimetría	25,48	0,00	Valor-Z para asimetría	15,67	0,00	Valor-Z para asimetría	33,81	0,00
Valor-Z para curtosis	10,37	0,00	Valor-Z para curtosis	5,02	$5,15x10^{-7}$	Valor-Z para curtosis	32,63	0,00
K-S	0,16	0,00	K-S	0,06	0,00	K-S	0,11359	0,00
Anderson-Darling A2	381,00	$3,19 x10^{-228*}$	Anderson-Darling A2	8,60	<0.01*	Anderson-Darling A2	-	-
Kuiper V	23,364	<0.01*	Kuiper V	56,01	$1,07x10^{-113*}$	Kuiper V	19,7444	0,00

Tabla III. Caracterización de las clases obtenidas

		CLASES																		Valores
		1_0	1_1	2_0	2_2	3_0	3_3	4_0	4_4	5_0	5_5	6_0	6_6	7_0	7_7	8_0	8_8	9_0	9_9	del Sector
Muestras por Clase		**37**	**202**	**218**	**861**		**1016**	**1002**	**776**	**1701**	**4**	**490**	**1**	**348**	**1**	**15**	**403**	**89**	**437**	**7601**
Promedio	**Hierro (%)**	41,53	44,67	42,68	46,02	...	42,67	43,29	44,76	40,59	35,93	28,74	29,20	8,89	12,40	9,46	24,18	11,58	19,74	**37,74**
	Níquel (%)	0,77	1,39	0,76	1,19	...	1,45	0,74	1,01	0,52	0,92	0,32	0,90	0,44	0,90	2,15	2,03	1,22	1,34	**0,95**
	Cobalto (%)	0,27	0,25	0,15	0,15	...	0,10	0,07	0,07	0,04	0,02	0,03	0,06	0,02	0,02	0,02	0,05	0,02	0,04	**0,07**
	Silice (%)	7,28	6,13	6,64	5,83	...	9,68	5,26	5,77	4,90	13,12	7,15	---	37,47	36,67	35,95	26,99	36,31	29,88	**10,23**
	Magnesio (%)	0,41	1,25	0,61	1,37	...	3,04	0,73	1,27	0,77	0,39	1,25	---	29,56	28,48	28,89	14,58	27,76	18,97	**4,42**
	Aluminio (%)	13,61	8,52	12,79	8,79	...	7,84	13,59	11,02	17,26	18,69	27,05	---	4,70	2,23	2,43	5,88	2,84	5,93	**12,17**
Desviación estándart	**Hierro (%)**	5,66	4,15	5,58	3,79	...	5,39	4,03	4,50	3,34	3,42	3,98	---	3,44	---	2,13	6,45	4,43	5,37	**11,17**
	Níquel (%)	0,10	0,30	0,11	0,19	...	0,24	0,11	0,09	0,13	0,01	0,18	---	0,24	---	0,13	0,31	0,30	0,22	**0,49**
	Cobalto (%)	0,07	0,07	0,02	0,02	...	0,02	0,02	0,02	0,02	0,01	0,02	---	0,01	---	0,01	0,02	0,01	0,02	**0,06**
	Silice (%)	6,07	5,08	5,84	4,37	...	6,33	3,99	4,83	4,38	2,75	7,87	---	6,23	---	0,98	6,23	6,92	5,31	**10,83**
	Magnesio (%)	0,18	1,36	0,51	2,05	...	3,34	1,97	2,34	2,99	0,04	2,22	---	9,30	---	1,65	6,04	7,32	6,48	**8,47**
	Aluminio (%)	3,98	2,95	4,77	2,75	...	1,95	3,58	2,90	3,89	2,75	6,92	---	7,97	---	1,48	3,10	2,31	4,21	**6,99**
Máx	**Hierro (%)**	49,40	52,90	51,80	54,00	...	53,58	56,80	53,40	49,80	38,40	36,40	29,20	20,00	12,40	11,90	43,40	25,60	31,40	**56,80**
	Níquel (%)	0,89	2,40	0,90	1,94	...	2,30	0,90	1,34	0,89	0,93	0,88	0,90	1,00	0,90	2,55	3,45	1,90	1,79	**3,45**
	Cobalto (%)	0,61	0,87	0,21	0,20	...	0,17	0,13	0,11	0,09	0,03	0,16	0,06	0,16	0,02	0,05	0,18	0,08	0,10	**0,87**
	Silice (%)	24,76	25,35	41,27	34,90	...	37,70	34,53	30,55	41,60	15,06	48,39	---	77,10	36,67	36,64	41,01	56,84	42,12	**77,10**
	Magnesio (%)	0,72	10,70	4,07	31,14	...	37,85	28,60	25,98	38,69	0,42	14,99	---	39,08	28,48	30,05	27,04	35,29	31,00	**39,08**
	Aluminio (%)	22,64	24,52	26,67	26,33	...	22,20	28,74	24,17	27,56	20,63	44,66	---	44,11	2,23	3,47	20,35	10,22	24,07	**44,66**
Mín	**Hierro (%)**	22,20	29,90	25,10	26,80	...	25,07	28,20	28,20	30,80	31,10	17,30	29,20	1,00	12,40	6,30	12,50	6,40	12,00	**1,00**
	Níquel (%)	0,54	0,90	0,33	0,90	...	1,05	0,41	0,90	0,13	0,90	0,03	0,90	0,01	0,90	2,05	1,55	0,73	0,90	**0,01**
	Cobalto (%)	0,21	0,19	0,11	0,10	...	0,03	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01	0,06	0,00	0,02	0,01	0,00	0,01	0,00	**0,00**
	Silice (%)	2,55	1,99	1,58	1,50	...	1,60	1,14	1,44	0,24	11,17	0,40	---	20,24	36,67	35,25	4,11	7,85	2,42	**0,24**
	Magnesio (%)	0,18	0,27	0,16	0,20	...	0,17	0,10	0,24	0,02	0,36	0,14	---	0,34	28,48	27,72	0,70	3,00	0,40	**0,02**
	Aluminio (%)	7,07	4,44	3,40	4,55	...	0,89	2,44	5,23	0,87	16,74	3,98	---	0,56	2,23	1,38	2,02	0,82	1,49	**0,56**
Muestras	**Valores Clases**	**239**		**1079**		**1016**		**1778**		**1705**		**491**		**349**		**418**		**526**		**7601**
%	**primaria**	**15,5%**	**84,5%**	**20,2%**	**79,8%**	**0,0%**	**100,0%**	**56,4%**	**43,6%**	**99,8%**	**0,2%**	**99,8%**	**0,2%**	**99,7%**	**0,3%**	**3,6%**	**96,4%**	**16,9%**	**83,1%**	

Tabla V. Matriz de probabilidades para las combinaciones, en el contacto por el techo de la Mena con el Escombro. Matriz de transferencia del modelo Markoviano

		Clases																	
		1_0	**1_1**	**2_0**	**2_2**	**3_0**	**3_3**	**4_0**	**4_4**	**5_0**	**5_5**	**6_0**	**6_6**	**7_0**	**7_7**	**8_0**	**8_8**	**9_0**	**9_9**
Clases	**1_0**	0.00	**0.40**	0.00	**0.60**	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	1_1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	2_0	0.00	**0.11**	0.00	**0.57**	0.00	**0.11**	0.00	**0.18**	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.04	0.00	0.00
	2_2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	3_0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	3_3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	4_0	0.00	0.03	0.00	**0.24**	0.00	**0.13**	0.00	**0.57**	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.00	0.01
	4_4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	5_0	0.00	0.02	0.00	**0.11**	0.00	**0.11**	0.00	**0.70**	0.00	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.03
	5_5	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	6_0	0.00	**0.08**	0.00	**0.31**	0.00	0.00	0.00	**0.38**	0.00	**0.08**	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	**0.15**
	6_6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	7_0	0.00	0.00	0.00	**0.33**	0.00	0.00	0.00	**0.33**	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	**0.17**	0.00	**0.17**
	7_7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	8_0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	8_8	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	9_0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	**1.00**
	9_9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Tabla VI. Matriz de probabilidades para las combinaciones, en el contacto de la Mena con las intercalaciones. Matriz de transferencia del modelo Markoviano

		Clases																	
		1_0	1_1	2_0	2_2	3_0	3_3	4_0	4_4	5_0	5_5	6_0	6_6	7_0	7_7	8_0	8_8	9_0	9_9
Clases	1_0	0.00	**0.50**	0.00	**0.38**	0.00	0.00	0.00	**0.13**	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	1_1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	2_0	0.00	**0.13**	0.00	**0.50**	0.00	**0.16**	0.00	**0.19**	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.00	0.00
	2_2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	3_0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	3_3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	4_0	0.00	0.05	0.00	**0.25**	0.00	**0.07**	0.00	**0.60**	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.00	0.01
	4_4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	5_0	0.00	0.02	0.00	**0.14**	0.00	**0.11**	0.00	**0.66**	0.00	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.04
	5_5	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	6_0	0.00	**0.05**	0.00	**0.21**	0.00	**0.05**	0.00	**0.42**	0.00	**0.05**	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	**0.05**	0.00	**0.16**
	6_6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	7_0	0.00	0.00	0.00	**0.17**	0.00	0.00	0.00	**0.17**	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	**0.67**
	7_7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	8_0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	8_8	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	9_0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	**1.00**
	9_9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Tabla VII. Matriz de probabilidades para las combinaciones, en el contacto de la Mena con el Fondo. Matriz de transferencia del modelo Markoviano

		Clases																	
		1_0	1_1	2_0	2_2	3_0	3_3	4_0	4_4	5_0	5_5	6_0	6_6	7_0	7_7	8_0	8_8	9_0	9_9
Clases	1_0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	1_1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	2_0	0.00	**0.50**	0.00	**0.25**	0.00	**0.25**	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	2_2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	3_0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	3_3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	4_0	0.00	0.00	0.00	**0.50**	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	**0.50**
	4_4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	5_0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	**0.50**	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	**0.50**	0.00	0.00
	5_5	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	6_0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	**0.40**	0.00	**0.20**	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	**0.20**	0.00	**0.20**
	6_6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	7_0	0.00	0.03	0.00	0.04	0.00	**0.15**	0.00	**0.08**	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	**0.23**	0.00	**0.46**
	7_7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	8_0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	**0.13**	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	**0.63**	0.00	**0.25**
	8_8	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	9_0	0.00	0.00	0.00	**0.08**	0.00	**0.12**	0.00	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	**0.26**	0.00	**0.50**
	9_9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Tabla VIII. Variantes de extracción de la Muestra

		Primera Variante				Segunda Variante					Tercera Variante			
	Pozos	R85	P12_2	S57_2	Q08	R85	T27	L64_2	M78	Q08	R68	L64_2	M78	Q08
Intervalo (m)	1	...	...	...	4_0	...	...	...	4_0	4_0	...	...	4_0	4_0
	2	4_4	...	...	4_4	5_0	...	...	4_4	4_4	...	...	4_4	4_4
	3	5_0	...	3_3	3_3	1_0	...	2_0	4_4	3_3	...	2_0	4_4	3_3
	4	4_4	1_0	3_3	2_2	4_4	...	2_2	3_3	2_2	4_0	2_2	3_3	2_2
	5	...	2_2	2_2	3_3	4_4	...	2_2	2_2	3_3	4_0	2_2	2_2	3_3
	6	...	2_2	2_2	8_8	4_4	4_0	2_2	3_3	8_8	4_0	2_2	3_3	8_8
	7	...	2_2	1_1	9_9	4_0	1_1	...	8_8	9_9	4_0	...	8_8	9_9
	8	...	...	1_1	9_9	1_0	3_3	...	8_8	9_9	2_2	...	8_8	9_9
	9	...	...	...	...	...	1_1	...	...	9_9	...	...	...	9_9
	10	...	...	...	...	...	1_1	...	...	...	4_4	...	...	...
	11	...	...	...	...	...	1_0	...	...	...	4_4	...	...	...
	12	...	...	...	...	...	1_1	...	...	...	5_0	...	...	...
	13	...	...	...	...	...	...	...	...	...	5_0	...	...	...

Nota: En las columnas se ubican los pozos y en las filas los intervalos de profundidad. Los intervalos elegidos se marcan con la clase del material que contiene.